

Oggetto:

Mittente: "arzuffi arturo" <carex.arzuffi@alice.it>

Data: 23/06/2020 23.46

A: <italo.tordini@libero.it>

Ciao Italo.

Provo a rispondere al quiz dei dadi:

Come si evince dalla tabella allegata:

- quando almeno un dado è 1 o 2, il 9 è avvantaggiato,
- quando almeno un dado è 3 siamo in parità
- quando almeno un dado è 4 o 5 o 6 sono avvantaggiati il 10 e l'11: 3 contro 2

in modo inverso il 12:

- quando almeno un dado è 5 o 6, il 12 è avvantaggiato,
- quando almeno un dado è 4 siamo in parità
- quando almeno un dado è 1 o 2 o 3 sono avvantaggiati il 10 e l'11: 3 contro 2

In pratica:

su 216 lanci diversi possibili:

il 9 e il 12 hanno la probabilità di uscire 25 volte

il 10 e l'11 hanno la probabilità di uscire 27 volte

Un abbraccio

Arturo

— Allegati: —

quiz dadi.xls

35,5 kB

TAVOLA DELLE PROPABILITA'

dado 1				dado 2				dado 3				dado 4				dado 5				dado 6				numero di volte
1	2	3	tot	1	2	3	tot	1	2	3	tot	1	2	3	tot	1	2	3	tot	1	2	3	tot	
1	1	1	3																					
1	1	2	4																					
1	1	3	5																					
1	1	4	6																					
1	1	5	7																					
1	1	6	8																					
1	2	1	4																					
1	2	2	5																					
1	2	3	6																					
1	2	4	7																					
1	2	5	8																					
1	2	6	9																					
1	3	1	5																					
1	3	2	6																					
1	3	3	7																					
1	3	4	8																					
1	3	5	9																					
1	3	6	10																					
1	4	1	6																					
1	4	2	7																					
1	4	3	8																					
1	4	4	9																					
1	4	5	10																					
1	4	6	11																					
1	5	1	7																					
1	5	2	8																					
1	5	3	9																					
1	5	4	10																					
1	5	5	11																					
1	5	6	12																					
1	6	1	8																					
1	6	2	9																					
1	6	3	10																					
1	6	4	11																					
1	6	5	12																					
1	6	6	13																					

n.	probabilità
9	25
12	25
10	27
11	27

Lanci possibili

216

(Enzo)

Cari ragazzi oggi affrontiamo il problema del lancio di dadi e della probabilità che esca un numero piuttosto di un'altro.

Premessa:

Un dado ha sei facce (1-2-3-4-5-6); tutti e sei i numeri hanno la stessa probabilità di uscire e cioè $1/6$

Con due dadi avremo 36 combinazioni: $6 \times 6 = 36 = 6^2$

Con tre dadi avremo $6 \times 6 \times 6 = 216 = 6^3$ combinazioni.

Calcolo delle probabilità nel lancio di tre dadi; in particolare vogliamo stabilire se lanciando tre dadi è più probabile che esca 9 o 10:

Esce 9	$\begin{matrix} 6 & & 6 & & 3 \\ (6,2,1), & (5,3,1), & (5,2,2) \\ (4,4,1), & (4,3,2), & (3,3,3) \\ 3 & 6 & 1 \end{matrix}$	Esce 10	$\begin{matrix} 6 & & 3 & & 6 \\ (6,3,1), & (6,2,2), & (5,4,1) \\ (5,3,2), & (4,4,2), & (4,3,3) \\ 6 & 3 & 3 \end{matrix}$
--------	--	---------	--

Prendiamo una terna con tre numeri diversi: (6,2,1)- Una terna con due numeri uguali (4,4,2)

(6,2,1) cioè 6 combinazioni

(4,4,2) cioè 3 combinazioni

(6,1,2)

(4,2,4)

(1,2,6)

(2,4,4)

(1,6,2)

(2,1,6)

(2,6,1)

Una terna con tre numeri uguali 1 combinazione.

Nel primo caso la probabilità che esca 9 ci viene data da $P_9 = 25/216 = 0,116$

Nel secondo caso la probabilità che esca 10 ci viene data da $P_{10} = 27/216 = 0,125$

Come si vede, anche se di poco, $P_{10} > P_9$

Prendiamo ora la coppia (11 - 12)

Esce 11	$\begin{matrix} 6 & & 6 & & 3 \\ (6,4,1), & (6,3,2), & (5,5,1) \\ (5,4,2), & (5,3,3), & (4,4,3) \\ 6 & 3 & 3 \end{matrix}$	Esce 12	$\begin{matrix} 6 & & 6 & & 6 \\ (6,4,2), & (6,5,1), & (5,4,3) \\ (5,5,2), & (4,4,4), & (3,6,3) \\ 3 & 1 & 3 \end{matrix}$
---------	--	---------	--

Nel primo caso la probabilità che esca -11- ci viene data da $P_{11} = 27/216 = 0,125$

Nel secondo caso la probabilità che esca -12 - ci viene data da $P_{12} = 25/216 = 0,116$

Come si vede, anche se di poco, $P_{11} > P_{12}$

Come si vede conviene puntare sul 10 e sul 11 piuttosto che sul 9 e sul 12.

Siccome mi rivolgevo ai ragazzi mi sento di dare un consiglio.

Se vi vien voglia di giocarvi 10 euro a un qualsivoglia gioco: Lotto, Superenalotto, Lotteria Italia, Gratta e Vinci, Slot Machine, Roulette, ecc., sappiate che le probabilità di vincita del banco sono sempre superiori alle vostre.

Se volete giocarvi 10 euro ed essere sicuri di vincere semplicemente non dovete giocare, avrete vinto 10 euro.

Sul gioco dei dadi

Silvano

I comuni dadi cubici presentano sulle facce i numeri da 1 a 6. Pertanto, giocando con tre dadi, ad ogni lancio si può ottenere un risultato intero compreso fra 3 e 18.

Come ben sanno i giocatori, non tutti i risultati sono ugualmente probabili. Questo lo si intuisce immediatamente se si considera che il 3 si può ottenere con l'unica combinazione (1; 1; 1) mentre, per esempio, il 5 si può avere sia con (1; 1; 3) che con (1; 2; 2) e, quindi, deve presentarsi più spesso nel gioco.

Ma se ci si ferma a questo ragionamento elementare, si può essere indotti a credere che il 5 abbia probabilità di uscire doppia rispetto al 3... il che non è vero!

Riflettendo più approfonditamente, ci si rende conto che le due combinazioni identificate per dare somma 5 corrispondono a sei casi possibili per l'uscita dei tre dadi:

(1; 1; 3) (1; 3; 1) (3; 1; 1) (1; 2; 2) (2; 1; 2) (2; 2; 1).

Dunque il 5 è, in realtà, sei volte più probabile del 3.

Il problema posto dal quiz non è molto diverso da quello appena analizzato.

Infatti, il 9 si può ottenere con le sei combinazioni:

(1; 2; 6) (1; 3; 5) (1; 4; 4) (2; 3; 4) (2; 5; 2) (3; 3; 3).

Analogamente, il 10 si può ottenere con:

(1; 3; 6) (1; 4; 5) (2; 3; 5) (2; 4; 4) (2; 6; 2) (3; 3; 4).

Il numero 11 può venire dalle sei terne:

(6; 4; 1) (6; 3; 2) (5; 4; 2) (5; 3; 3) (5; 1; 5) (4; 4; 3).

Infine, il 12 può risultare da:

(6; 5; 1) (6; 4; 2) (6; 3; 3) (5; 4; 3) (5; 2; 5) (4; 4; 4).

Si tratta sempre di sei combinazioni e, dunque, ben dicono quelli che affermano "che 'l 9 e 'l 12 in altrettante maniere si componghino in quante il 10 e l'11".

Però, se si contano i vari modi nei quali ciascuna combinazione si può realizzare, si ottengono risultati differenti. Per ogni terna, c'è una sola disposizione possibile se tutti e tre i numeri sono uguali, tre disposizioni quando vi sono soltanto due numeri uguali, sei quando tutti e tre i numeri sono diversi.

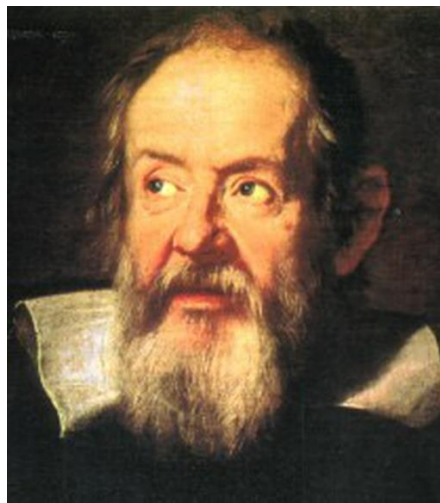
Quindi, per il **9**: $6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 1 = 25$.

Per il **10**: $6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 = 27$.

Per l'**11**: $6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 = 27$.

Per il **12**: $6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 1 = 25$.

Ecco perché il 10 e l'11 sono effettivamente un poco più probabili del 9 e del 12.



LANCIO DI TRE DADI

1. La probabilità di un risultato è il rapporto tra i casi favorevoli a quel risultato e i casi totali.
2. Quanti sono i casi favorevoli ad un dato risultato, nel lancio di 3 dadi? Faccio qualche esempio.
 - Perché esca un totale di 3 c'è un solo caso favorevole: 1 su ciascun dado.
 - Perché esca come risultato 4 la combinazione è: due 1 e un 2.
 - Perché esca 6 ci sono tre possibili combinazioni: due 1 e un 4; oppure un 1, un 2 e un 3; oppure tre 2.

Tutti i possibili risultati nel lancio di 3 dadi e il relativo numero di combinazioni favorevoli sono elencati nella tabella seguente:

risultato	n. combin.
3	1
4	1
5	2
6	3
7	4
8	5
9	6
10	6

risultato	n. combin.
11	6
12	6
13	5
14	4
15	3
16	2
17	1
18	1

Il totale delle combinazioni è 56 (nota*). Da questa tabella sembra (come ai giocatori del QUIZ) che i risultati 9 10 11 12 siano i più favorevoli, ma UGUALMENTE FAVOREVOLI (6/56).

Ma non è necessario scomodare Galileo! Se riflettiamo sul problema, dobbiamo tener conto dei possibili “anagrammi”. Ad esempio, con tre lettere T si può fare soltanto la parola TTT, ma con due lettere T e una A posso fare tre parole: TTA TAT ATT. Allo stesso modo c'è soltanto il caso 111 per ottenere 3, ma per ottenere 4 la sorte può seguire tre vie: 112 121 211, cioè tre anagrammi. Possiamo immaginare di fare un segnetto su ciascun dado in modo da distinguerli: il primo, il secondo, il terzo. I tre anagrammi tengono conto che il 2 può uscire sul terzo dado (112), oppure sul secondo (121), oppure sul primo (211) mentre sugli altri due dadi esce l'1. In matematica questi anagrammi sono detti “permutazioni”. Ogni combinazione ha un certo numero di permutazioni: (nota*).

- tre numeri uguali → 1 permutazione es. 111
- due numeri uguali → 3 p. es. 112 121 211
- tre numeri diversi → 6 p. es. 123 132 213 231 312 321

3. Tenendo conto delle permutazioni, il numero di casi aumenta, come si vede nella seguente tabella. In matematica questo è il numero delle “disposizioni con ripetizione”:

risultato	n. disposiz.
3	1
4	3
5	6
6	10
7	15
8	21
9	25
10	27

risultato	n. disposiz.
11	27
12	25
13	21
14	15
15	10
16	6
17	3
18	1

I casi totali sono 216. (nota*)

4. Esamino in dettaglio i risultati 9 e 10. Essi hanno lo stesso numero di combinazioni (6), ma diverso numero di disposizioni (25, 27):

risultato 9: tre numeri diversi 126 162 216 261 612 621
 tre numeri diversi 135 153 315 351 513 531
 tre numeri diversi 234 243 324 342 423 432
 due numeri diversi 225 252 522
 due numeri diversi 144 414 441
 tre numeri uguali 333

25 casi favorevoli

risultato 10: tre numeri diversi 136 163 316 361 613 631
 tre numeri diversi 135 153 315 351 513 531
 tre numeri diversi 235 253 324 352 523 532
 due numeri diversi 226 262 622
 due numeri diversi 244 424 442
 due numeri diversi 226 262 622

27 casi favorevoli

5. Il confronto tra i risultati 11 e 12 è simmetricamente lo stesso.

6. In conclusione i risultati 9 e 12 hanno lo “svantaggio” di avere come casi favorevoli 333 e 444 rispettivamente, che sono unici, senza anagrammi.

La probabilità di fare 9 (o 12) è di 25/216, cioè 11,6%, mentre la probabilità di fare 10 (o 11) è di 27/216, cioè 12,5%.

Nota * Per il calcolo delle permutazioni si può usare la formula $k!/u!$ dove k è il numero dei dadi e u è il numero di numeri uguali (nel nostro caso $k=3$ e $u=1,2,3$).

La formula per il calcolo delle disposizioni con ripetizione è n^k , dove n sono le facce dei dadi e k è il numero dei dadi. Quindi nel lancio di dadi a 6 facce si ottiene 6 per un dado, 36 per il lancio di due dadi e 216 per il lancio di tre dadi.

Si possono inoltre calcolare:

- le disposizioni con tre numeri uguali = $n = 6$
- le disposizioni con due numeri uguali = $n(n-1)*k!/2 = 90$
- le disposizioni con tre numeri diversi = $(n)_k = 6*5*4 = 120$

Le combinazioni (senza anagrammi) sono invece, rispettivamente: 6, $90/3=30$, $120/6=20$.

E dunque $6+30+20= 56$.